

T. D. Logique.

Polytech'Marseille. 3^{ème} année
UNIVERSITÉ D'AIX-MARSEILLE
Année universitaire 2018/2019

Enseignante : Odile Papini

Exercices : logique des prédicats

Exercice 1 : Traduire les énoncés suivants en logique des prédicats :

- 1) Tous les hommes sont méchants.
- 2) Seulement les hommes sont méchants.
- 3) Il existe des hommes méchants.
- 4) Il existe un homme qui n'est pas méchant.
- 5) Il n'existe pas d'homme méchant.
- 6) Il existe un homme qui aime toutes les femmes.
- 7) Chaque chat connaît un chien qui le déteste.
- 8) Tous les poissons, sauf les requins, sont gentils avec les enfants.
- 9) Tous les oiseaux ne peuvent pas voler.
- 10) Chaque personne aime quelqu'un et personne n'aime tout le monde, ou bien quelqu'un aime tout le monde et quelqu'un n'aime personne.
- 11) Il y a des gens que l'on peut rouler tout le temps et quelquefois on peut rouler tout le monde, mais on ne peut pas rouler tout le monde à chaque fois.
- 12) N'importe qui peut apprendre la logique s'il travaille assez.

Exercice 2 : Traduire en français les formules suivantes :

- 1) $\forall x (E(x) \rightarrow (\exists y (C(y) \wedge \exists z (M(z) \wedge T(x, y, z)))))$,
avec $E(x)$: x est étudiant, $C(y)$: y est un cours, $M(z)$: z est un mauvais enseignant, $T(x, y, z)$: x suit le cours y enseigné par z .
- 2) $\forall x \forall y \forall z (T(x) \wedge C(y, x) \wedge C(w, x) \wedge D(y, z) \wedge D(y, w)) \rightarrow G(f(g(y), g(z)), g(w))$,
avec $T(x)$: x est un triangle, $C(x, y)$: y est le côté de x , $D(x, y)$: x est différent de y , $G(x, y)$: x est plus grand que y , $f(x, y)$: somme de x et de y , $g(x)$: longueur de x .

Exercice 3 : Soit l'interprétation :

\mathcal{L} : { a, b : constantes, f : symbole fonctionnel, P : symbole de prédicats }

- $D : \{1, 2\}$
- $I(a) = 1, I(b) = 2, f(1) = 2, f(2) = 1, P(2, 1) = 0, P(2, 2) = 0, P(1, 2) = 1, P(1, 1) = 1.$

Etablir la valeur de vérité des formules suivantes :

- 1) $P(a, f(a))$.
- 2) $P(b, f(b))$.
- 3) $\forall x, \forall y P(y, x)$.
- 4) $\forall x, \forall y P(y, x) \rightarrow P(f(x), f(y))$.

Tourner la page $\rightarrow \dots$

Exercice 4 : Soit les énoncés suivants :

H1 : Pour tout crime, il y a quelqu'un qui l'a commis.

H2 : Seuls les gens malhonnêtes commettent des crimes.

H3 : Ne sont arrêtés que des gens malhonnêtes.

H4 : Les gens malhonnêtes arrêtés ne commettent pas de crimes.

H5 : Il y a des crimes.

C : Il y a des gens malhonnêtes non arrêtés.

- 1) Représenter en logique des prédicats les énoncés H1, H2, H3, H4, H5, C.
- 2) Donner les formes de Skolem correspondant aux énoncés H1, H2, H3, H4, H5, C.
- 3) A-t-on $\{H1, H2, H3, H4, H5\} \models C$? Utiliser la résolution.

Exercice 5 :

Soit l'ensemble de formules $\mathcal{F} = \{\forall x(p(x) \rightarrow q(x)), \forall x(q(x) \rightarrow r(x)), \}$ et la formule $F = \forall x(p(x) \rightarrow r(x))$. Est-ce que $\mathcal{F} \models F$? Utiliser la résolution.

Exercice 6 :

Soit les énoncés suivants :

F1 : $\forall x \forall y \forall z (F(x, y) \wedge F(y, z)) \rightarrow G(x, z)$

F2 : $\forall x \exists y F(y, x)$

F3 : $\neg \forall x \exists y G(y, x)$

L'ensemble $\{F1, F2, F3\}$ est-il cohérent ? Utiliser la méthode de résolution.