

**exercices : logique des prédicats**

**Exercice 1 :** Traduire les énoncés suivants en logique des prédicats :

- 1) Tous les hommes sont méchants.
- 2) Seulement les hommes sont méchants.
- 3) Il existe des hommes méchants.
- 4) Il existe un homme qui n'est pas méchant.
- 5) Il n'existe pas d'homme méchant.
- 6) Il existe un homme qui aime toutes les femmes.
- 7) Chaque chat connaît un chien qui le déteste.
- 8) Tous les poissons, sauf les requins, sont gentils avec les enfants.
- 9) Tous les oiseaux ne peuvent pas voler.
- 10) Chaque personne aime quelqu'un et personne n'aime tout le monde, ou bien quelqu'un aime tout le monde et quelqu'un n'aime personne.
- 11) Il y a des gens que l'on peut rouler tout le temps et quelquefois on peut rouler tout le monde, mais on ne peut pas rouler tout le monde à chaque fois.
- 12) N'importe qui peut apprendre la logique s'il travaille assez.

**Exercice 2 :** Traduire en français les formules suivantes :

- 1)  $\forall x (E(x) \rightarrow (\exists y (C(y) \wedge \exists z (M(z) \wedge T(x, y, z))))$ ,  
avec  $E(x)$ :  $x$  est étudiant,  $C(y)$ :  $y$  est un cours,  $M(z)$ :  $z$  est un mauvais enseignant,  $T(x, y, z)$ :  $x$  suit le cours  $y$  enseigné par  $z$ .
- 2)  $\forall x \forall y \forall z (T(x) \wedge C(y, x) \wedge C(w, x) \wedge D(y, z) \wedge D(y, w)) \rightarrow G(f(g(y), g(z)), g(w))$ ,  
avec  $T(x)$  :  $x$  est un triangle,  $C(x, y)$  :  $y$  est le côté de  $x$ ,  $D(x, y)$  :  $x$  est différent de  $y$ ,  $G(x, y)$  :  $x$  est plus grand que  $y$ ,  $f(x, y)$  : somme de  $x$  et de  $y$ ,  $g(x)$  : longueur de  $x$ .

**Exercice 3 :** Soit l'interprétation :

$\mathcal{L} : \{ a, b : \text{constantes}, f : \text{symbole fonctionnel}, P : \text{symbole de prédicats} \}$

- $D : \{1, 2\}$
- $I(a) = 1, I(b) = 2, f(1) = 2, f(2) = 1, P(2, 1) = 0, P(2, 2) = 0, P(1, 2) = 1, P(1, 1) = 1$ .

Etablir la valeur de vérité des formules suivantes :

- 1)  $P(a, f(a))$ .
- 2)  $P(b, f(b))$ .
- 3)  $\forall x, \forall y P(y, x)$ .
- 4)  $\forall x, \forall y P(y, x) \rightarrow P(f(x), f(y))$ .

**Exercice 4 :** Soit les énoncés suivants :

- H1 : Pour tout crime, il y a quelqu'un qui l'a commis.  
H2 : Seuls les gens malhonnêtes commettent des crimes.  
H3 : Ne sont arrêtés que des gens malhonnêtes.  
H4 : Les gens malhonnêtes arrêtés ne commettent pas de crimes.

H5 : Il y a des crimes.

C : Il y a des gens malhonnêtes non arrêtés.

- 1) Représenter en logique des prédicats les énoncés H1, H2, H3, H4, H5, C.
- 2) Donner les formes de Skolem correspondant aux énoncés H1, H2, H3, H4, H5, C.
- 3) A-t-on  $\{H1, H2, H3, H4, H5\} \models C$  ? Utiliser la résolution.

**Exercice 5 :**

Soit l'ensemble de formules  $\mathcal{F} = \{\forall x(p(x) \rightarrow q(x)), \forall x(q(x) \rightarrow r(x)),\}$  et la formule  $F = \forall x(p(x) \rightarrow r(x))$ . Est-ce que  $\mathcal{F} \models F$  ? Utiliser la résolution.

**Exercice 6 :**

Soit les énoncés suivants :

$$F1 : \forall x \forall y \forall z (F(x, y) \wedge F(y, z)) \rightarrow G(x, z)$$

$$F2 : \forall x \exists y F(y, x)$$

$$F3 : \neg \forall x \exists y G(y, x)$$

L'ensemble  $\{F1, F2, F3\}$  est-il cohérent ? Utiliser la méthode de résolution.