R13
Cours 2 : Mise-à-jour des croyances

Odile PAPINI

LSIS
Université d'Aix-Marseille, POLYTECH

odile.papini@univ-amu.fr

http://odile.papini.perso.luminy.univ-amu.fr/sources/MASTER2-RE.html

Plan du cours

Introduction

Quelques repères sur la mise-à-jour des croyances

- problématique de la mise à jour de bases de données Fagin & al. 1983
- liens Bases de données Intelligence artifcielle
- distinction entre révision et mise-à-jour
- approche basée sur les modèles Winslett 1988
- postulats pour la mise-à-jour Katsuno et Mendelzon 1991

Introduction

Exemple introductif

a : " la porte est ouverte" b : " la fenêtre est ouverte"
$\psi = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$ $\mu = \neg a$
interpretations : $\omega_3 = \{a, b\}$, $\omega_2 = \{a, \neg b\}$, $\omega_1 = \{\neg a, b\}$, $\omega_0 = \{\neg a, \neg b\}$

$$Mod(\psi) = \{\omega_2, \omega_1\} \text{ et } Mod(\mu) = \{\omega_1, \omega_0\}$$

$$d(\omega_2, \omega_3) = d(\omega_2, \omega_0) = 1,\ d(\omega_2, \omega_1) = 2 \text{ et } d(\omega_2, \omega_2) = 0$$

$$d(\omega_1, \omega_3) = d(\omega_1, \omega_0) = 1,\ d(\omega_1, \omega_2) = 2 \text{ et } d(\omega_1, \omega_1) = 0$$

révision : $Mod(\psi \circ \mu) = \{\omega_1\}$
l'action de fermer la porte conduit à l'ouverture de la fenêtre ! ! !

Introduction

Révision et mise-à-jour

- unifiées dans un cadre commun par Katsuno et Mendelzon
- **révision :** nouvelle information introduite dans un monde statique
- **mise-à-jour :** le monde lui-même évolue

Mise-à-jour basée sur les modèles

Représentation des croyances

état épistémique :

- formule ψ de $\mathcal{L}$
- ensemble de modèles $\mathrm{Mod}(\psi)$ représentés par ψ
- représentation finie d'une théorie

Opération de mise-à-jour $\diamond$: $\left\{ \begin{array}{lcl} \mathcal{L} \times \mathcal{L} & \rightarrow & \mathcal{L} \\ \psi, \mu & \rightarrow & \psi \diamond \mu \end{array} \right.$

$\psi \diamond \mu$: pour chaque modèle de ψ recherche de l'ensemble des modèles les plus proches de μ

Caractérisation de la mise-à-jour

formule complète

$\mathcal{U}$ un ensemble fini de variables propositionnelles
Ψ une formule de $\mathcal{L}$
$Var(\psi)$ ensemble de variables propositionnelles dans ψ

ψ est **complète** sur un ensemble fini de variables propositionnelles $\mathcal{U}$ si

- $Var(\psi) \subseteq \mathcal{U}$
- si pour toute formule $\mu \in \mathcal{L}$ telle que $Var(\psi) \subseteq \mathcal{U}$, on a $\psi \models \mu$ ou $\psi \models \neg\mu$

caractérisation

Une formule satisfaisable est complète sur $\mathcal{U}$ si et seulement si elle admet exactement un modèle sur $\mathcal{U}$

Caractérisation de la mise-à-jour

Postulats K. M. pour la mise-à-jour

Soit ψ, ϕ et μ des formules de $\mathcal{L}$,

(U1) $\psi \diamond \mu \models \mu$.

(U2) si $\psi \models \mu$, alors $\psi \diamond \mu \equiv \psi$.

(U3) si ψ et μ sont satisfaisables , alors $\psi \diamond \mu$ l'est aussi.

(U4) si $\psi_1 \equiv \psi_2$ et $\mu_1 \equiv \mu_2$, alors $\psi_1 \diamond \mu_1 \equiv \psi_2 \diamond \mu_2$.

(U5) $(\psi \diamond \mu) \wedge \phi \models \psi \diamond (\mu \wedge \phi)$.

(U6) si $\psi \diamond \mu_1$ implique μ_2 et $\psi \diamond \mu_2$ implique μ_1, alors $\psi \diamond \mu_1 \equiv \psi \diamond \mu_2$.

(U7) si ψ est complète, alors $(\psi \diamond \mu_1) \wedge (\psi \diamond \mu_2)$ implique $\psi \diamond (\mu_1 \vee \mu_2)$.

(U8) $(\psi_1 \vee \psi_2) \diamond \mu \equiv (\psi_1 \diamond \mu) \vee (\psi_2 \diamond \mu)$.

Caractérisation de la mise-à-jour

un opérateur de mise à jour satisfaisant les postulats K. M. est équivalent à un prè-ordre partiel sur les intrepretations

$\omega \in \mathcal{W} \quad \longrightarrow \quad \leq_\omega$ **prè-ordre partiel sur les intrepretations**

- $\forall \omega'$, si $\omega \neq \omega'$ alors $\omega <_\omega \omega'$ (1)

théorème de représentation

Un opérateur de mise-à-jour $\diamond$ satisfait les postulats $(U1) - (U8)$ ssi il existe une fonction verifiant (1) qui associe à chaque modèle de ψ un prè-ordre partiel $\leq_\omega$ tel que :

$$Mod(\psi \diamond \mu) = \bigcup_{\omega \in Mod(\psi)} min(Mod(\mu), \leq_\omega)$$

Caractérisation de la mise-à-jour

Exemple mise-à-jour

a : " la porte est ouverte" b : " la fenêtre est ouverte"
$\psi = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$ $\mu = \neg a$
interpretations : $\omega_3 = \{a, b\}$, $\omega_2 = \{a, \neg b\}$, $\omega_1 = \{\neg a, b\}$,
$\omega_0 = \{\neg a, \neg b\}$

$$Mod(\psi) = \{\omega_2, \omega_1\} \text{ et } Mod(\mu) = \{\omega_1, \omega_0\}$$

$$d(\omega_2, \omega_3) = d(\omega_2, \omega_0) = 1,\ d(\omega_2, \omega_1) = 2 \text{ et } d(\omega_2, \omega_2) = 0$$

$$d(\omega_1, \omega_3) = d(\omega_1, \omega_0) = 1,\ d(\omega_1, \omega_2) = 2 \text{ et } d(\omega_1, \omega_1) = 0$$

révision : $Mod(\psi \circ \mu) = \{\omega_1\}$

mise-à-jour : $Mod(\psi \diamond \mu) = \{\omega_1, \omega_0\}$

Caractérisation de la mise-à-jour

Exemple

$$\psi = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b) \quad \mu = \neg a$$

$\omega_3 = \{a, b\}$, $\omega_2 = \{a, \neg b\}$, $\omega_1 = \{\neg a, b\}$, $\omega_0 = \{\neg a, \neg b\}$

$Mod(\psi) = \{\omega_2, \omega_1\}$ et $Mod(\mu) = \{\omega_1, \omega_0\}$

$\leq_{\omega_2}: \omega_2 <_{\omega_2} \omega_3 =_{\omega_2} \omega_0 <_{\omega_2} \omega_1$ et $\leq_{\omega_1}: \omega_1 <_{\omega_1} \omega_3 =_{\omega_1} \omega_0 <_{\omega_1} \omega_2$

$min(Mod(\mu), \leq_{\omega_2}) = \{\omega_0\}$ et $min(Mod(\mu), \leq_{\omega_1}) = \{\omega_1\}$

mise-à-jour : $Mod(\psi \diamond \mu) = \{\omega_1, \omega_0\}$

Caractérisation de la mise-à-jour

Révision versus mise-à-jour

état épistémique : formule ψ de $\mathcal{L}$

- **révision :** nouvelle information introduite dans un monde statique

  minimisation globale : $Mod(\psi \circ \mu) = min(Mod(\mu), \leq_\psi)$

- **mise à jour :** le monde lui-même évolue

  minimisation locale : $Mod(\psi \diamond \mu) = \bigcup_{\omega \in Mod(\psi)} min(Mod(\mu), \leq_\omega)$

Opérateur de mise-à-jour

Possible Model Approach (PMA) Winslett

état épistémique : formule ψ de $\mathcal{L}$

$\psi \diamond_{PMA} \mu$: recherche des modèles de μ les plus proches des modèles de ψ selon les sous-ensembles de variables propositionnelles, modèle par modèle.

représentation du pré-ordre partiel $\leq_\omega$ associé à ω :

$$\omega_i \leq_\omega \omega_j \text{ ssi } \mathit{diff}(\omega, \omega_i) \subseteq \mathit{diff}(\omega, \omega_j)$$

définition de l'opération de mise à jour de PMA :

$$\mathit{Mod}(\psi \diamond_{PMA} \mu) = \bigcup_{\omega \in \mathit{Mod}(\psi)} \mathit{Min}(\mathit{Mod}(\mu), \leq_\omega).$$

$\diamond_{PMA}$ satisfait les postulats $(U1) - (U8)$

Introduction

exemple pour PMA

$$\psi = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b) \qquad \mu = \neg a$$

$$Mod(\psi) = \{\omega_2, \omega_1\} \quad \text{et} \quad Mod(\mu) = \{\omega_1,\ \omega_0\}$$

$Mod(\psi \diamond_{PMA} \mu)$?

A faire en exercice

Opérateurs de mise-à-jour

Approche de Forbus

état épistémique : formule ψ de $\mathcal{L}$

$\psi \diamond_F \mu$: recherche des modèles de μ les plus proches des modèles de ψ selon la distance de Hamming, modèle par modèle.
représentation du pré-ordre partiel (ici total) $\leq_\omega$ associé à ω :

$$\omega_i \leq_\omega \omega_j \text{ ssi } d(\omega, \omega_i) \leq d(\omega, \omega_j)$$

définition de l'opération de mise à jour de Forbus :

$$Mod(\psi \diamond_F \mu) = \bigcup_{\omega \in Mod(\psi)} Min(Mod(\mu), \leq_\omega).$$

$\diamond_F$ satisfait les postulats $(U1) - (U8)$

Opérateurs de mise-à-jour

exemple pour Forbus

$$\psi = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b) \qquad \mu = \neg a$$

$$Mod(\psi) = \{\omega_2, \omega_1\} \quad \text{et} \quad Mod(\mu) = \{\omega_1, \omega_0\}$$

$Mod(\psi \diamond_F \mu)$?

A faire en exercice

Exemple 1 : hydrologie (révision)

projet ESPRIT REVIGIS : **http ://lsis.org/REVIGIS/**

inondation

ψ_1				$\psi_1 \circ \psi_2$
estimation incertaine de la hauteur de l'eau par compartiments	$\longrightarrow$		$\longrightarrow$	meilleure estimation de la hauteur de l'eau
		$\uparrow$		
		ψ_2 relations de flux entre compartiments		

Exemple 2 : occupation du sol en agriculture (mise à jour)

rotation des culture

données externes sur la parcelle

$\downarrow$

ψ_i $\qquad$ $\psi_{i+1} = \psi_i \diamond \mu$

occupation du sol année i $\longrightarrow$ $\longrightarrow$ occupation du sol année $i+1$

$\uparrow$

μ
image satellite
année $i+1$

Exemple 3 : pedologie (fusion)

Décision d'un groupe d'experts

n experts
estimations du ième expert : base de croyances stratifiée Σ_i

$$
\begin{array}{lll}
p \rightarrow S_1 & [\gamma_1]: & ((\neg p \vee S_1), \gamma_1) \\
p \rightarrow S_2 & [\gamma_2]: & ((\neg p \vee S_2), \gamma_2) \\
 & \ldots & \\
p \rightarrow S_n & [\gamma_n]: & ((\neg p \vee S_n), \gamma_n)
\end{array}
$$

$$\Sigma = \{\Sigma_1, \cdots, \Sigma_n\} \qquad \longrightarrow \Delta(\Sigma)$$

fusion de bases de croyances stratifiées

Exemple 3 : cas paticulier : révision

Estimations du premier expert : base de croyances stratifiée Σ_1

$$p \rightarrow S_1 \qquad [\alpha_1] : \qquad ((\neg p \vee S_1), \alpha_1)$$

$$p \rightarrow S_2 \qquad [\alpha_2] : \qquad ((\neg p \vee S_2), \alpha_2$$

$$\ldots$$

Estimations du deuxième expert : base de croyances stratifiée Σ_2

$$p \rightarrow S_1 \qquad [\beta_1] : \qquad ((\neg p \vee S_1), \beta_1)$$

$$p \rightarrow S_2 \qquad [\beta_2] : \qquad ((\neg p \vee S_2), \beta_2)$$

$$\ldots$$

On suppose que premier expert est plus fiable que le second,

révision de Σ_2 par Σ_1

révision d'un état épistémique par un état épistémique