R13
Cours 1 : Révision de croyances

Odile PAPINI

LSIS
Université d'Aix-Marseille, POLYTECH

odile.papini@univ-amu.fr

http://odile.papini.perso.luminy.univ-amu.fr/sources/MASTER2-RE.html

Plan du cours

Introduction

Quelques repères historiques sur le changement de croyances

- $\cdots$ – 1930 **PREHISTOIRE :** travaux sur l'opération de conséquence Tarski (logique philosophique)
- 1975 – 1977 **BALBUTIEMENTS :** premières réflexions. Ellis, Levi (épistémologie), Harper (histoire et philosophie des sciences)
- 1978 – 1981 **PERIODE CLASSIQUE :** premières formulation des postulats. Alchourron, Gardenfors, Makinson (logique philosophique)
- 1982 – 1987 **PERIODE MODERNE :** formulation définitive des postulats, propositions de modèles
- 1988 – *aujourd'hui* **PERIODE POST-MODERNE :** application aux problèmes de l'I. A.

Conséquence logique

Relation d'inférence (conséquence logique) : $\models$ Tarski

$\mathcal{L}$ logique, X un ensemble de formules et A une formule de $\mathcal{L}$,

la relation d'inférence $\models$ satisfait les propriétés :

1) si $A \in X$ alors $X \models A$ (réflexivité),
2) si $X \models A$ et $X \subseteq Y$ alors $Y \models A$ (monotonie),
3) si $X, A \models \mathcal{B}$ et $Y \models A$ alors $X, Y \models \mathcal{B}$ (coupure).

Conséquence logique

Ensemble des conséquences : *Cons*

$Cons(X)$ **l'ensemble des consequences de** X

$$A \in Cons(X) \text{ si et seulement si } X \models A.$$

Si $\models$ satisfait 1), 2) et 3) alors *Cons* verifie :

i) $X \subseteq Cons(X)$,

ii) $Cons(Cons(X)) \subseteq Cons(X)$,

iii) si $X \subseteq Y$ alors $Cons(X) \subseteq Cons(Y)$.

réciproquement, si *Cons* satisfait i), ii) and iii) alors $\models$ satisfait 1), 2) and 3).

Représentation des croyances

Etat épistémique

Etat épistémique : croyances qu'un agent rationnel a du monde réel + moyen de modifier ses croyances

Ψ : état épistémique, $Bel(\Psi)$ (ou ψ) : ensemble de croyances associé

différentes représentations

Cadre : logique classique $\mathcal{L}$

- ensembles de croyances (théories)
- modèles
- bases de croyances
- pré-ordre sur les interprétations
- pré-ordes sur les formules

Autres cadres

- logique possibiliste
- logiques de description
- logique modale
- programmation logique ASP
- argumentation
- ...

Représentation des croyances : cadre logique classique

Ensembles de croyances

- ensembles de formules de $\mathcal{L}$ déductivementt clos ou théories
- T : théorie, $T = Cn(T)$
- Ensembles infinis

Modèles

- représentation finie des théories : n variables propositionnelles : 2^n modèles
- ensemble de modèles représentés par une formule ψ
- Théorie T correspondant à ψ : $T = \{\phi \mid \psi \models \phi\}$

Base de croyances

- ensemble fini de formules

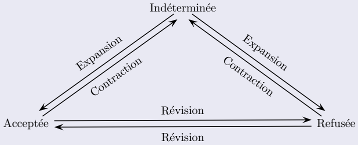
Changement de croyances

Approche AGM

Etat épistémique : théorie T, 3 statuts épistémiques d'une formule A :

- $A \in T$ l'agent croit A vraie, A est acceptée
- $\neg A \in T$ l'agent croit A fausse, A est rejetée
- $A \notin T$ et $\neg A \notin T$ valeur de vérité de A est inconnue (indéterminée) pour l'agent

opérations de changement de croyances



Changement de croyances : Approche AGM

T : une théorie, A une formule

Expansion de théorie

Introduction de nouvelles informations sans modification des informations initiales : $T + A$

Contraction de théorie

Suppression d'informations de la théorie : $T - A$

Révision de théorie

Introduction de nouvelles informations dans la théorie entraînant la modification des informations initiales : $T \star A$

Approche AGM : Expansion de théories

Postulats AGM

T une théorie, A une formule de $\mathcal{L}$.
$T + A$ la théorie après l'expansion de T par A

$+$ **est un opérateur de d'expansion si il satisfait :**

$(AGM + 1)$	$T + A$ est une théorie.
$(AGM + 2)$	$A \in T + A$.
$(AGM + 3)$	$T \subseteq T + A$.
$(AGM + 4)$	si $A \in T$ alors $T = T + A$.
$(AGM + 5)$	si $T \subseteq U$ alors $T + A \subseteq U + A$.
$(AGM + 6)$	pour tout T et tout A, alors $T + A$ est la plus petite théorie qui satisfait $(AGM + 1) - (AGM + 5)$.

Approche AGM : Expansion de théories

Théorème de représentation

un opérateur d'expansion $+$ satisfait $(AGM+1)-(AGM+6)$ si et seulement si

$$T+A=Cons(T\cup\{A\})$$

Approche AGM : Révision de théories

T une théorie, A une formule de $\mathcal{L}$.

Opération de révision

révision de T par A

$$T \star A$$

principes

1. primauté de la nouvelle information
2. cohérence
3. changement minimal

Opération de changement de croyances non-monotone

Approche AGM : Révision de théories

Postulats AGM

T une théorie, A et $\mathcal{B}$ des formules de $\mathcal{L}$
$T \star A$ la théorie T révisée par A
$T^{\perp}$ l'ensemble de toutes les formules

$\star$ **est un opérateur de révision si il satisfait :**

$(AGM \star 1)$	$T \star A$ est une théorie.
$(AGM \star 2)$	$A \in T \star A$.
$(AGM \star 3)$	$T \star A \subseteq T + A$.
$(AGM \star 4)$	si $\neg A \notin T$ alors $T \star A = T + A$.
$(AGM \star 5)$	si $\models \neg A$ alors $T \star A = T^{\perp}$.
$(AGM \star 6)$	si $A \equiv \mathcal{B}$ alors $T \star A = T \star \mathcal{B}$.
$(AGM \star 7)$	$T \star (A \wedge B) \subseteq (T \star A) + \mathcal{B}$.
$(AGM \star 8)$	si $\neg \mathcal{B} \notin T \star A$ alors $(T \star A) + \mathcal{B} = T \star (A \wedge B)$.

Approche AGM : Révision de théories

Exemple

a : " on voit du vert sur l'image " b : " c'est de la végétation"

$T = Cons(\{a, a \rightarrow b, b\})$ $A = \{\neg b\}$

le résultat de la révision de T par A est :

soit $T \star A = Cons(\{a, \neg b\})$,

soit $T \star A = Cons(\{a \rightarrow b, \neg b\})$,

soit $T \star A = Cons(\{\neg b\})$.

le résultat de la révision n'est pas unique

Toutes les solutions verifient les principes 1) et 2) MAIS le principe 3) n'est pas toujours vérifié.

Approche AGM : Contraction de théories

Postulats AGM

T une théorie, A et $\mathcal{B}$ des formules de $\mathcal{L}$.
$T - A$ la théorie T contractée par A

$-$ est un opérateur de contraction si il satisfait :

$(AGM-1)$	$T - A$ est une théorie.
$(AGM-2)$	$T - A \subseteq T$.
$(AGM-3)$	si $A \notin T$ alors $T - A = T$.
$(AGM-4)$	si $\not\models A$ alors $A \notin T - A$.
$(AGM-5)$	$T \subseteq ((T - A) + A)$.
$(AGM-6)$	si $A \equiv \mathcal{B}$ alors $T - A = T - \mathcal{B}$.
$(AGM-7)$	$(T - A) \cap (T - B) \subseteq T - (A \wedge B)$.
$(AGM-8)$	si $A \notin T - (A \wedge B)$ alors $T - (A \wedge B) \subseteq T - A$.

Approche AGM

Les liens entre révision et contraction

T une théorie, A une formule de $\mathcal{L}$

Identité de Levi : $T \star A = Cons((T - \neg A) \cup \{A\})$

Identité de Harper : $T - A = Cons(T \cap (T \star \neg A)\})$

Definition d'opérations de Révision / Contraction

détermination de sous-ensembles maximaux cohérents n'impliquant pas $\neg A$

$$T \downarrow \neg A = \{T' \mid T' \subseteq T,\ T' \not\models \neg A \text{ et } \text{si } T' \subset M \subseteq T \text{ alors } M \models \neg A\}.$$

Opérations de révision proposées pour les théories par AGM

Opérations de contraction "full meet"

T une théorie, A une formule de $\mathcal{L}$

Intersection de tous les sous-ensembles maximaux cohérents n'impliquant pas $\neg A$

$$T - \neg A = \begin{cases} \cap(T \downarrow \neg A), & \text{si } T \downarrow \neg A \quad \text{est non vide;} \\ T & \text{sinon.} \end{cases}$$

satisfait $(AGM-1)-(AGM-6)$

Opération trop prudente :

si $\neg A \in T$ alors $T - \neg A = \{\mathcal{B} \in T, A \models \mathcal{B}\}$.

Donc $T \star A = Cons(\{A\})$.

Opérations de révision proposées pour les théories par AGM

Opérations de contraction "maxi-choice"

T une théorie, A une formule de $\mathcal{L}$

Sélection d'un sous-ensemble maximal cohérent n'impliquant pas $\neg A$

selon une fonction de sélection : s

$$T - \neg A = \begin{cases} s(T \downarrow \neg A), & \text{si } T \downarrow \neg A \quad \text{est non vide;} \\ T & \text{sinon.} \end{cases}$$

satisfait $(AGM-1)-(AGM-6)$
Opération trop aventureuse :
si $\neg A \in T$ alors $\forall \mathcal{B}$, soit $\neg A \vee \mathcal{B} \in T - \neg A$ soit $\neg A \vee \neg\mathcal{B} \in T - \neg A$.
Donc pour tout $\mathcal{B}$, soit $B \in T \star A$ soit $\neg\mathcal{B} \in T \star A$.

Opérations de révision proposées pour les théories par AGM

Opérations de contraction "partial meet"

T une théorie, A une formule de $\mathcal{L}$

Intersection de certains sous-ensembles maximaux cohérents n'impliquant pas $\neg A$

selon une fonction de sélection : s

$$T - \neg A = \begin{cases} \cap(s(T \downarrow \neg A)), & \text{si } T \downarrow \neg A \quad \text{est non vide;} \\ T & \text{sinon.} \end{cases}$$

satisfait $(AGM-1)-(AGM-6)$
Opération de compromis entre le "full meet" et le "maxi-choice"

Opérations de révision proposées pour les théories par AGM

Exemple (Lea Sombe)

a : Lea est une jeune femme, $\mathcal{B}$: Lea est étudiante,
c : Lea n'a pas d'enfant

Les croyances initiales de l'agent : $T = Cons(\{a,\ b,\ a \wedge b \to c\})$

Il apprend que Lea a un enfant, $\neg c$:
$Cons(\{a,\ b,\ a \wedge b \to c\} \cup \{\neg c\})$ Incohérent ! ! ! ! !

Il doit réviser ses croyances à propos de Léa

$T \downarrow c$? Contraction par "full meet " ? par "maxi-choice" ? par "partial meet" ? puis révision

Révision basée sur les modèles

Représentation des croyances

état épistémique :

- formule ψ de $\mathcal{L}$
- ensemble de modèles $\mathrm{Mod}(\psi)$ représentés par ψ
- représentation finie d'une théorie

Opération de révision $\circ$: $\begin{cases} \mathcal{L} \times \mathcal{L} & \rightarrow & \mathcal{L} \\ \psi, \mu & \rightarrow & \psi \circ \mu \end{cases}$

$\psi \circ \mu$: recherche des modèles de μ les plus proches des modèles de ψ

$T = \{\phi \mid \psi \models \phi\}$ correspondance entre $T \star \mu$ et $\psi \circ \mu$

Révision basée sur les modèles

Postulats KM

Soit ψ, ϕ et μ des formules de $\mathcal{L}$

(KM1) $\psi \circ \mu \models \mu$.
(KM2) si $\psi \wedge \mu$ est satisfaisable, alors $\psi \circ \mu \equiv \psi \wedge \mu$.
(KM3) si μ est satisfaisable, alors $\psi \circ \mu$ l'est aussi.
(KM4) si $\psi_1 \equiv \psi_2$ et $\mu_1 \equiv \mu_2$, alors $\psi_1 \circ \mu_1 \equiv \psi_2 \circ \mu_2$.
(KM5) $(\psi \circ \mu) \wedge \phi \models \psi \circ (\mu \wedge \phi)$.
(KM6) si $(\psi \circ \mu) \wedge \phi$ est satisfaisable , alors $\psi \circ (\mu \wedge \phi) \models (\psi \circ \mu) \wedge \phi$.

Révision basée sur les modèles

Affectation fidèle

$\psi \rightarrow \leq_\psi$ pré-ordre total sur les intrepretations **est une affectation fidèle** si et seulement si

(1) si $\omega_1, \omega_2 \models \psi$ alors $\omega_1 =_\psi \omega_2$;

(2) si $\omega_1 \models \psi$ et $\omega_2 \not\models \psi$ alors $\omega_1 <_\psi \omega_2$;

(3) $\psi \equiv \phi$ iff $\leq_\psi = \leq_\phi$.

Théorème de représentation

$\circ$ satisfait les postulats $(KM1) - (KM6)$ ssi il existe une fonction verifiant (1), (2) et (3) qui associe à chaque état épistémique ψ un pré-ordre total $\leq_\psi$ tel que :

$$Mod(\psi \circ \mu) = min(Mod(\mu), \leq_\psi).$$

Révision basée sur les modèles

Liens entre révision de théories et révision basée sur les modèles

- $(KM1)$ correspond à $(AGM \star 2)$
- $(KM2)$ correspond à $(AGM \star 3)$ et $(AGM \star 4)$
- $(KM3)$ correspond à $(AGM \star 5)$
- $(KM4)$ correspond à $(AGM \star 6)$
- $(KM5)$ correspond à $(AGM \star 7)$
- $(KM6)$ correspond à $(AGM \star 8)$

Théorème

$\star$ satisfait les postulats $(AGM \star 1) - (AGM \star 8)$ ssi $\circ$ satisfait les postulats $(KM1) - (KM6)$

Exemple : représentation de $\leq_\psi$ basée sur une distance

distance de Hamming

- distance entre interprétations
  $d(\omega, \omega')$: nombre de variables propositionnelles pour lesquelles ω et ω' diffèrent
- distance entre une interprétation ω et un modèle de ψ
  $d(Mod(\psi), \omega) = min_{\omega_i \models \psi} d(\omega_i, \omega)$, avec d distance de Hamming

représentation du pré-ordre total $\leq_\psi$

:

$$\omega \leq_\psi \omega' \quad \text{ssi} \quad d(Mod(\psi), \omega) \leq d(Mod(\psi), \omega').$$

Exemple : représentation de $\leq_\psi$ basée sur une distance

Exemple

$\mathcal{W}$: $\omega_0 = \{\neg a, \neg b\}$, $\omega_1 = \{\neg a, b\}$, $\omega_2 = \{a, \neg b\}$, $\omega_3 = \{a, b\}$

$$\psi = a \wedge b \qquad\qquad Mod(\psi) = \{\omega_3\}$$

$$d(\omega_3, \omega_3) = 0 \ , \ d(\omega_3, \omega_0) = 2 \ , \ d(\omega_3, \ \omega_1) = 1 \ , \ d(\omega_3, \omega_2) = 1$$

$$d(Mod(\psi), \omega_0) = 2, \qquad d(Mod(\psi), \omega_1) = 1, \qquad d(Mod(\psi), \omega_2) = 1$$

$$\leq_\psi: \qquad \omega_3 \ <_\psi \ \omega_1 \ =_\psi \omega_2 \ <_\psi \ \omega_0$$

Exemple d'opérateur de révision

Révision selon Dalal

Etat épistémique : formule ψ de $\mathcal{L}$ **nouvelle information :** μ

$\psi \circ_D \mu$: recherche des modèles de μ les plus proches des modèles de ψ selon la distance de Hamming

Représentation du pré-ordre total $\leq_\psi$:

$$\omega \leq_\psi \omega' \quad \text{ssi} \quad d(Mod(\psi), \omega) \leq d(Mod(\psi), \omega').$$

Définition de l'opération de révision de Dalal

$$Mod(\psi \circ_D \mu) = Min(Mod(\mu), \leq_\psi)$$

$\circ_D$ satisfait les postulats $(KM1) - (KM6)$

Exemple d'opérateur de révision

Exemple Révision selon Dalal

a : " on voit du vert sur l'image " b : "c'est de la végétation"

$\psi = a \wedge b \wedge (a \rightarrow b)$ $\qquad \mu = \neg b$

$\mathcal{W}$: $\omega_3 = \{a, b\}$, $\omega_2 = \{a, \neg b\}$, $\omega_1 = \{\neg a, b\}$, $\omega_0 = \{\neg a, \neg b\}$

le seul modèle de ψ : $\mathrm{Mod}(\psi) = \{\omega_3\}$

les modèles de μ $\mathrm{Mod}(\mu) = \{\omega_2, \omega_0\}$

d : distance de Hamming $d(\omega_3, \omega_2) = 1$ et $d(\omega_3, \omega_0) = 2$

résultat de la révision : $\mathrm{Mod}(\psi \circ_D \mu) = \{\omega_2\}$

Exemple d'opérateur de révision

Exemple Révision selon Dalal

a : " on voit du vert sur l'image " b : "c'est de la végétation"

$\psi = a \wedge b \wedge (a \rightarrow b)$ $\mu = \neg b$

$\mathcal{W} : \omega_3 = \{a, b\},\ \omega_2 = \{a, \neg b\},\ \omega_1 = \{\neg a, b\},\ \omega_0 = \{\neg a, \neg b\}$

le seul modèle de ψ : $\mathrm{Mod}(\psi) = \{\omega_3\}$

$d(\omega_3, \omega_0) = 2,\ d(\omega_3, \omega_1) = d(\omega_3, \omega_2) = 1$ et $d(\omega_3, \omega_3) = 0$

le pré-ordre total correspondant à ψ **:**

$$\omega_3 \ <_\psi\ \omega_1 \ =_\psi\ \omega_2 \ <_\psi\ \omega_0$$

$\mathrm{Mod}(\mu) = \{\omega_2, \omega_0\}$ donc **résultat de la révision :** $\mathrm{Mod}(\psi \circ_D \mu) = \{\omega_2\}$

Exemple (Lea Sombe)

$\psi = a \wedge b \wedge (a \wedge (b \rightarrow c))$ et $\mu = \neg c$

$\psi \circ_D \mu$?

Exemple : représentation de $\leq_\psi$ basée sur l'inclusion d'ensembles de variables

- $diff(\omega, \omega')$: ensemble de variables propositionnelles pour lesquelles ω et ω' diffèrent
- $diff(Mod(\psi), \omega) = \{diff_{\omega_i \models \psi}(\omega_i, \omega)\}$,

représentation du pré-ordre partiel $\leq_\psi$

:

$$\omega \preceq_\psi \omega' \quad \text{ssi} \quad diff(Mod(\psi), \omega) \subseteq diff(Mod(\psi), \omega').$$

Exemple d'opérateur de révision

Révision selon Bordiga

Etat épistémique : formule ψ de $\mathcal{L}$ **nouvelle information :** μ

$\psi \circ_{\mathcal{B}} \mu$: echerche des modèles de μ les plus proches des modèles de ψ selon l'inclusion d'ensembles de variables propositionnelles

Représentation du pré-ordre partiel $\preceq_\psi$:

$$\omega \preceq_\psi \omega' \quad \text{ssi} \quad \mathit{diff}(\mathit{Mod}(\psi), \omega) \subseteq \mathit{diff}(\mathit{Mod}(\psi), \omega').$$

Définition de l'opération de révision de Bordiga

si μ est cohérente avec ψ alors $\psi \circ_{\mathcal{B}} \mu = \psi \wedge \mu$;

sinon si ψ n'a qu'un seul modèle alors
$\mathit{Mod}(\psi \circ_{\mathcal{B}} \mu) = \mathit{Min}_{I \in \mathit{Mod}(\psi)}(\mathit{diff}(I, \mu))$

Exemple (Lea Sombe)

$\psi = a \wedge b \wedge (a \wedge (b \rightarrow c))$ et $\mu = \neg c$

$\psi \circ_{\mathcal{B}} \mu$?

Révision basée sur les formules

Révision de théories, basée sur les modèles

- T ensemble déductivement clos : représentation infinie.
- représentation finie : ensemble de modèles d'une formule ψ, $T = \{\phi, \psi \models \phi\}$

Critiques

- complexité algorithmique : exponentielle ...
- informations données de façon explicite (applications réalistes)
- pas de distinction entre croyances explicites et croyances déduites
  Exemple : $\phi \models \phi \vee \psi, \qquad \forall \psi \in \mathcal{L}$

Révision basée sur les formules

Représentation des croyances

état épistémique :

- une base de croyances (ensemble fini de formules) $\mathcal{B}$ de $2^{\mathcal{L}}$
- base de croyances révisée : $\mathcal{B} * \mu$
- $\circledast$ opération de révision de théorie : $\mathcal{B} \circledast \mu = Cons(\mathcal{B} * \mu)$

Opération de révision $*$: $\begin{cases} 2^{\mathcal{L}} \times \mathcal{L} & \rightarrow & 2^{\mathcal{L}} \\ \mathcal{B}, \mu & \rightarrow & \mathcal{B} * \mu \end{cases}$

Extension de l'identité de Levi

$$\mathcal{B} * \mu = (\mathcal{B} - \neg\mu) \cup \{\mu\}$$

Révision de bases de croyances

A partir de la contraction de bases de croyances

extension de l'opération "partial meet contraction"

$\mathcal{B}$ une base de croyance, μ une formule
ensemble des sous-bases maximales m'impliquant pas $\neg\mu$
$\mathcal{B} \downarrow \neg\mu = \{\mathcal{B}',\ \mathcal{B}' \subseteq \mathcal{B},\ \mathcal{B}' \not\models \neg\mu \text{ et si } \mathcal{B}' \subset M \subseteq \mathcal{B} \text{ alors } M \models \neg\mu\}$

s fonction de sélection

$$\mathcal{B} - \neg\mu = \begin{cases} \cap(s(\mathcal{B} \downarrow \neg\mu)), & \text{si } \mathcal{B} \downarrow \neg\mu \quad \text{est non vide;} \\ \mathcal{B} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Révision de bases de croyances

Exemple de contraction de bases de croyances

$\mathcal{B}$ une base de croyance, μ une formule

$\mathcal{B} \downarrow \neg\mu = \{\mathcal{B}',\ \mathcal{B}' \subseteq \mathcal{B},\ \mathcal{B}' \not\models \neg\mu \text{ et si } \mathcal{B}' \subset M \subseteq \mathcal{B} \text{ alors } M \models \neg\mu\}$

$$\mathcal{B} - \neg\mu = \begin{cases} \cap(s(\mathcal{B} \downarrow \neg\mu)), & \text{si } \mathcal{B} \downarrow \neg\mu \quad \text{est non vide;} \\ \mathcal{B} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Exemple

$$\mathcal{B} = \{a,\ b,\ a \wedge b \rightarrow c\} \qquad \mu = \neg c \qquad \mathcal{B} - \neg\mu\ ? \qquad \mathcal{B} * \mu\ ?$$

Révision de bases de croyances

Postulats de Hansson pour la révision

$\mathcal{B}$ une base de croyances cohérente, μ et ψ des formules de $\mathcal{L}$,

(H-1) $\mu \in \mathcal{B} * \mu$. **(succès)**
(H-2) $\mathcal{B} * \mu \subseteq \mathcal{B} \cup \{\mu\}$. **(inclusion)**
(H-3) $\mathcal{B} * \mu$ est cohérent si μ est cohérent. **(cohérence)**
(H-4) si $\mathcal{B} \cup \{\mu\}$ est cohérent alors $\mathcal{B} * \mu = \mathcal{B} \cup \{\mu\}$. **(vacuité)**
(H-5) $(\mathcal{B} + \mu) * \mu = \mathcal{B} * \mu$. **(pré-expansion)**
(H-6) si μ, $\psi \in \mathcal{B}$ alors $\mathcal{B} * \mu = \mathcal{B} * \psi$. **(échange interne)**
(H-7) si $\psi \in \mathcal{B}$ et $\psi \notin \mathcal{B} * \mu$ alors il existe $\mathcal{B}'$ telle que $\mathcal{B}' \subseteq \mathcal{B} \cup \{\mu\}$, $\mathcal{B}'$ est cohérent mais $\mathcal{B}' \cup \{\psi\}$ est incohérent. **(préservation du noyau)**
(H-8) si $\psi \in \mathcal{B}$ et $\psi \notin \mathcal{B} * \mu$ alors il existe $\mathcal{B}'$ telle que $\mathcal{B} * \mu \subseteq \mathcal{B}' \subseteq \mathcal{B} \cup \{\mu\}$, $\mathcal{B}'$ est cohérent mais $\mathcal{B}' \cup \{\psi\}$ est incohérent. **(pertinence)**
(H-9) si $\forall \mathcal{B}' \subseteq \mathcal{B}$, $\mathcal{B}' \cup \{\mu\}$ est incohérent ssi $\mathcal{B}' \cup \{\psi\}$ est incohérent alors $\mathcal{B} \cap (\mathcal{B} * \mu) = \mathcal{B} \cap (\mathcal{B} * \psi)$ **(uniformité)**

Révision de bases de croyances

Partial meet revision (Hansson)

$\mathcal{B}$ une base de croyances, μ et ψ des formules de $\mathcal{L}$,

$$\mathcal{B} * \mu = (\mathcal{B} - \neg\mu) \cup \{\mu\}$$

Un opérateur de “partial meet révision” vérifie les postulats (H-1)-(H-9)

Révision de bases de croyances

Révision par noyau (Kernel revision) (Hansson)

$\mathcal{B}$ une base de croyances, μ formule de $\mathcal{L}$, $\mathcal{B} * \mu = (\mathcal{B} - \neg\mu) \cup \{\mu\}$

μ-kernel de $\mathcal{B}$: sous-ensemble minimal qui implique μ

$\mathcal{B} \perp\!\!\!\perp \mu = \{\mathcal{B}',\ \mathcal{B}' \subseteq \mathcal{B},\ \mathcal{B}' \models \mu,\ \text{si } \mathcal{B}'' \subset \mathcal{B} \text{ alors } \mathcal{B}'' \not\models \mu\}$

Fonction d'incision σ

X : ensemble de sous-ensembles de $\mathcal{B}$

$$\begin{array}{lcl} 2^{2^{\mathcal{L}}} & \rightarrow & 2^{\mathcal{L}} \\ X & \rightarrow & \cup X \end{array}$$

- $\sigma(X) \subseteq \cup X$
- $\forall U \in X \quad \sigma(X) \cap U \neq \emptyset$

Révision de bases de croyances

Révision par noyau

$\mathcal{B}$ une base de croyances, μ formule de $\mathcal{L}$,

Contraction par noyau : $\mathcal{B} - \neg\mu = \mathcal{B} \backslash \sigma(\mathcal{B} \perp\!\!\!\perp (\neg\mu))$

$\mathcal{B} * \mu = (\mathcal{B} - \neg\mu) \cup \{\mu\}$

Un opérateur de révision par noyau vérifie les postulats (H-1)-(H-7) et (H-9)

Exemple

$\mathcal{B} = \{a,\ b,\ a \wedge b \rightarrow c\}$ $\mu = \neg c$ $\mathcal{B} - \neg\mu$? $\mathcal{B} * \mu$?

Révision de bases de croyances

Révision directe d'opérateurs de révision

Les opérateurs de révision de bases de croyances reposent sur

- recherche des sous-bases maximales (selon critère) de $\mathcal{B}$ cohérentes avec μ
  - plusieurs critères de maximalité : inclusion, cardinalité
- choix d'une stratégie pour définir le résultat de la révision
  - plusieurs stratégies : toutes les sous-bases, l'intersection des sous-bases

Opérateurs de révision basés sur l'inclusion ensembliste

$\mathcal{B}$ une base de croyances, μ et ψ des formules de $\mathcal{L}$,

Opérateur de Ginsberg

$$\mathcal{B} *_G \mu = \bigvee_{\mathcal{B}' \in \mathcal{B} \downarrow \neg\mu} \bigwedge (\mathcal{B}' \cup \{\mu\})$$

$$\mathcal{B} \circledast_G \mu = Cons(\mathcal{B} *_G \mu)$$

Opérateur Widtio

$$\mathcal{B} *_{wid} \mu = \bigwedge \bigcap_{\mathcal{B}' \in \mathcal{B} \downarrow \neg\mu} \{\mathcal{B}' \cup \{\mu\}\}$$

$$\mathcal{B} \circledast_{wid} \mu = Cons(\mathcal{B} *_{wid} \mu)$$

Opérateurs de révision basés sur cardinalité (Révision par r-ensembles)

critère de cardinalité

$\mathcal{B}$ une base de croyance, μ une formule

ensemble des sous-bases maximales selon cardinalité m'impliquant pas $\neg\mu$

$\mathcal{B} \downarrow_c \neg\mu = \{\mathcal{B}',\ \mathcal{B}' \subseteq \mathcal{B},\ \mathcal{B}' \not\models \neg\mu$ et pour tout $\mathcal{B}'' \subseteq \mathcal{B}$ telle que $\mid \mathcal{B}' \mid < \mid \mathcal{B}'' \mid$ alors $\mathcal{B}'' \models \neg\mu\}$

Opérateurs de révision basés sur cardinalité (Révision par r-ensembles)

$\mathcal{B}$ une base de croyances, μ et ψ des formules de $\mathcal{L}$,

Opérateur RSRG

$$\mathcal{B} *_{RSRG} \mu = \bigvee_{\mathcal{B}' \in \mathcal{B}\downarrow_c \neg\mu} \bigwedge(\mathcal{B}' \cup \{\mu\})$$

$$\mathcal{B} \circledast_{RSRG} \mu = Cons(\mathcal{B} *_{RSRG} \mu)$$

Opérateur RSRW

$$\mathcal{B} *_{RSRW} \mu = \bigwedge \bigcap_{\mathcal{B}' \in \mathcal{B}\downarrow_c \neg\mu} \{\mathcal{B}' \wedge \mu\}$$

$$\mathcal{B} \circledast_{RSRW} \mu = Cons(\mathcal{B} *_{RSRW} \mu)$$

Révision de bases de croyances (Révision par r-ensembles)

Exemple

$\mathcal{B} = \{a,\ b,\ a \wedge b \rightarrow c\} \qquad \mu = \neg c$

$\mathcal{B} *_G \mu$?

$\mathcal{B} *_{wid} \mu$?

$\mathcal{B} *_{RSRG} \mu$?

$\mathcal{B} *_{RSRW} \mu$?

Révision basée sur les formules

Révision croyances selon B. Nebel

Opération de révision $\oplus$:

$$\left\{ \begin{array}{lll} 2^{\mathcal{L}} \times \mathcal{L} & \rightarrow & 2^{\mathcal{L}} \\ \mathcal{B}, \mu & \rightarrow & \mathcal{B} \oplus \mu = \mathit{Cons}((B - \neg\mu) \cup \{\mu\}) \end{array} \right.$$

Opération de contraction $-$

$$\mathcal{B} - \neg\mu = \left\{ \begin{array}{ll} \bigvee(\mathcal{B}')_{\mathcal{B}' \in \mathcal{B} \downarrow \neg\mu}, & \text{si } \not\models \neg\mu \\ \mathcal{B} & \text{sinon.} \end{array} \right.$$

$\oplus$ satisfait $AGM \star 1$ - $AGM \star 4$ et $AGM \star 6$ mais pas $AGM \star 5$

Révision basée sur les formules

Révision croyances selon B. Nebel

Nouvelle opération de révision $\oplus$:

$$\begin{cases} 2^{\mathcal{L}} \times \mathcal{L} & \rightarrow & 2^{\mathcal{L}} \\ \mathcal{B}, \mu & \rightarrow & \mathcal{B} \oplus \mu = Cons((B - \neg\mu) \cup \{\mu\}) \end{cases}$$

Nouvelle opération de contraction $-$

$$\mathcal{B} - \neg\mu = \begin{cases} \bigvee(\mathcal{B}')_{\mathcal{B}' \in \mathcal{B}\downarrow\neg\mu} \wedge (\mathcal{B} \vee \mu) & \text{si } \not\models \neg\mu \\ \mathcal{B} & \text{sinon.} \end{cases}$$

$\oplus$ satisfait $AGM \star 1$ - $AGM \star 6$

Révision basée sur les formules

Révision croyances selon B. Nebel

Stratification de la base de croyances : classes de priorité $\mathcal{B} = \cup_{i=1}^{n} = \mathcal{B}_i$

$\mathcal{B}_i$: les formules de $\mathcal{B}_i$ sont plus prioritaires que celles de $\mathcal{B}_j$ ssi $i < j$.

pré-ordre sur les formules $\trianglelefteq$: $\phi \trianglelefteq \psi \quad \psi$ est au moins aussi fiable que ϕ

- $\phi \in \mathcal{B}_1$ ssi $\forall \psi \in \mathcal{B} \quad \phi \trianglelefteq \psi$
- $\phi \in \mathcal{B}_{i+1}$ ssi $\exists \psi \in \mathcal{B}_i$ tel que $\psi \lhd \phi$ et $\nexists \alpha \in \mathcal{B}$ tel que $\psi \lhd \alpha \lhd \phi$

Révision basée sur les formules

Révision croyances selon B. Nebel

$\mathcal{B} = \cup_{i=1}^{n} \mathcal{B}_i$

$\mathcal{B} \Downarrow \neg\mu = \{\mathcal{B}', \ \mathcal{B}' \subseteq \mathcal{B}, \ \mathcal{B}' \not\models \neg\mu \ , \mathcal{B}' = \cup_{i \geq 1} \mathcal{B}'_i$ et
$\forall i \geq 1 \, (\mathcal{B}'_i \subseteq \mathcal{B}_i, \ \forall M$ si $\mathcal{B}'_i \subset M \subseteq \mathcal{B}_i$ alors $(\cup_{j=1}^{i-1} \mathcal{B}'_j) \cup M \models \mu)\}$

Opération de révision $\oplus_p$:

$$\begin{cases} 2^{\mathcal{L}} \times \mathcal{L} & \rightarrow \quad 2^{\mathcal{L}} \\ \mathcal{B}, \mu & \rightarrow \quad \mathcal{B} \oplus_p \mu = Cons(\vee(B \Downarrow \neg\mu) \wedge \mu). \end{cases}$$

Révision de bases de croyances

Exemple : opérateurs de Nebel

$\mathcal{B} = \{a,\ b,\ a \wedge b \rightarrow c\} \qquad \mu = \neg c$

$\mathcal{B} \oplus \mu$?

$\mathcal{B}_1 = \{a \wedge b \rightarrow c\}$, $\mathcal{B}_2 = \{b\}$, $\mathcal{B}_3 = \{a\}$. $\mathcal{B} = \mathcal{B}_1 \cup \mathcal{B}_2 \cup \mathcal{B}_3$

$\mathcal{B} \oplus_P \mu$?