

**Examen sur la partie Révision des croyances  
Documents autorisés**

**Exercice 1 : (Révision sélective) (8 points)**

Soit un état épistémique représenté par un ensemble déductivement clos de formules de  $\mathcal{L}$  (une théorie) notée  $K$  et soit  $A$  une formule de  $\mathcal{L}$ . On considère tout d'abord un opérateur de révision satisfaisant les postulats AGM :

- (AGM  $\star$  1)  $K \star A$  est une théorie.
- (AGM  $\star$  2)  $A \in K \star A$ .
- (AGM  $\star$  3)  $K \star A \subseteq K + A$ .
- (AGM  $\star$  4) si  $\neg A \notin K$  alors  $K \star A = K + A$ .
- (AGM  $\star$  5) si  $\models \neg A$  alors  $K \star A = K^\perp$ .
- (AGM  $\star$  6) si  $A \equiv B$  alors  $K \star A = K \star B$ .

De nouveaux postulats sont proposés pour affaiblir (AGM  $\star$  2) :

- (P1) Si  $K \not\models \neg A$  alors  $K \star A \models A$ .
- (P2) Il existe  $B \in \mathcal{L}$  tq  $K \star A \models B$  et  $A \models B$  et  $K \star A = K \star B$ .
- (P3) Il existe  $B \in \mathcal{L}$  tq  $K \star A \models B$  et  $K \star A = K \star B$ .
- (P4) Si  $K \not\subseteq K \star A$  alors  $K \cup (K \star A) \models \perp$ .

- 1) Montrer que si un opérateur de révision  $\star$  satisfait (AGM $\star$ 2) et (AGM $\star$ 4) alors il satisfait P4.

La révision sélective permet de n'accepter qu'une partie de la nouvelle information et est définie comme suit : Soit  $K$  une théorie,  $\star$  une opération de "partial meet" révision,  $f$  une fonction de  $\mathcal{L}$  dans  $\mathcal{L}$ . Une opération de révision sélective est telle que pour tout  $A \in \mathcal{L}$  :  $K \circ A = K \star f(A)$ .

- 2) Montrer que :

- 2a)  $\circ$  satisfait AGM  $\star$  1 et P4.
- 2b) si (si  $A \equiv B$  alors  $f(A) \equiv f(B)$ ) alors  $\circ$  satisfait AGM  $\star$  6.
- 2c) si (si  $K \not\models \neg A$  alors  $A \models f(A)$ ) alors  $\circ$  satisfait AGM  $\star$  3.
- 2d) si (si  $K \not\models \neg A$  alors  $A \equiv f(A)$ ) alors  $\circ$  satisfait AGM  $\star$  3 et AGM  $\star$  4.
- 2e) si (si  $\models \neg f(A)$  alors  $\models \neg A$ ) alors  $\circ$  satisfait AGM  $\star$  5.
- 2f) si  $f(A) \equiv A$  alors  $\circ$  satisfait AGM  $\star$  2.
- 2g) si  $f(f(A)) \equiv f(A)$  alors  $\circ$  satisfait P3.

**Exercice 2 : (Révision itérée )(12 points)**

Soit  $\Psi$  un état épistémique représenté par un pré-ordre total sur les interprétations  $\leq_{\Psi}$ .

L'opération de révision  $\triangleleft$  définit un état épistémique  $\Psi \circ_{\triangleleft} \mu$  correspondant au pré-ordre  $\leq_{\Psi \circ_{\triangleleft} \mu}$  suivant :

- si  $\omega, \omega' \in Mod(\mu)$  alors  $\omega \leq_{\Psi \circ_{\triangleleft} \mu} \omega'$  ssi  $\omega \leq_{\Psi} \omega'$ ,
- si  $\omega, \omega' \notin Mod(\mu)$  alors  $\omega \leq_{\Psi \circ_{\triangleleft} \mu} \omega'$  ssi  $\omega \leq_{\Psi} \omega'$ ,
- si  $\omega \in Mod(\mu), \omega' \notin Mod(\mu)$  alors
  - si  $\omega =_{\Psi} \omega'$  alors  $\omega <_{\Psi \circ_{\triangleleft} \mu} \omega'$ ,
  - si  $\omega <_{\Psi} \omega'$  alors  $\omega <_{\Psi \circ_{\triangleleft} \mu} \omega'$ ,
  - si  $\omega' <_{\Psi} \omega$  alors  $\omega' <_{\Psi \circ_{\triangleleft} \mu} \omega$ .

Soit  $\mathcal{W} = \{\omega_0 = \{\neg a, \neg b\}, \omega_1 = \{\neg a, b\}, \omega_2 = \{a, \neg b\}, \omega_3 = \{a, b\}, \}$  un ensemble fini d'interprétations et soit  $\leq_{\Psi} : \omega_3 =_{\Psi} \omega_2 =_{\Psi} \omega_1 <_{\Psi} \omega_0$

- 1) Donner l'ensemble de croyances noté  $Bel(\Psi)$ , associé à l'état épistémique  $\Psi$ .
- 2) Soit  $\mu = \neg b$ , donner le pré-ordre correspondant à l'état épistémique  $\Psi \circ_{\triangleleft} \mu$ . Donner l'ensemble de croyances associé, noté  $Bel(\Psi \circ_{\triangleleft} \mu)$ .
- 3) Soit  $\alpha = \neg a$ , donner le pré-ordre correspondant à l'état épistémique  $(\Psi \circ_{\triangleleft} \mu) \circ_{\triangleleft} \alpha$ . Donner l'ensemble de croyances associé, noté  $Bel((\Psi \circ_{\triangleleft} \mu) \circ_{\triangleleft} \alpha)$ .
- 4) L'opérateur  $\circ_{\triangleleft}$  vérifie-t-il les postulats  $KM1 - KM6$ , postulats AGM reformulés par Katsuno et Mendelzon pour la révision dans le cadre sémantique ?
- 5) L'opérateur  $\circ_{\triangleleft}$  vérifie-t-il les postulat  $C1 - C4$  de Darwiche et Pearl pour la révision itérée ?

PS : le barème est donné à titre indicatif.